

‘మేకింగ్ ఆఫ్ న్యూ ఇండియా’ పుస్తక రచయిత?



For Feedback... vijetha.nt@gmail.com

ఎం. భక్తపతి విషయ నిపుణులు హైదరాబాద్



చేసింది. దీనికి సంబంధించి సరైన అంశాలు ఏమి? ఎ. మొత్తం పది ప్రభుత్వరంగ బ్యాంకులను నాలుగు బ్యాంకులుగా కుదింపు...

21. రాష్ట్రపతి రామానాథ్ కోవింద్ సెప్టెంబర్ 9 నుంచి 17 వరకు కింది ఏ దేశంలో వర్యతించలేదు? 1) ఐస్లాండ్ 2) రొమేనియా...

22. కింది క్రీడాకారులు, క్రీడలను జతపర్చండి. ఎ. గౌరవ్ బిదారి 1. బ్యాడ్మింటన్ బి. సీపి భవానీదేవి 2. టెన్నిస్...

23. కిందివాటిలో సరైనది ఏది? ఎ. ప్రపంచ ఆహార వ్యవసాయ సంస్థ ఇచ్చే వరల్డ్ ఫుడ్ ప్రైజ్-2019ను సైమన్ గ్రుట్ అందుకున్నారు...

24. 2019కి సంబంధించిన అంతర్జాతీయ దినోత్సవాలు, వాటి ఇతివృత్తాలను జతపర్చండి. ఎ. ప్రపంచ క్షయవ్యాధి దినోత్సవం 1. ప్రాటెక్ట్ అవర్ స్పీసిస్...

25. పుస్తకాలు, రచయితలను జతపర్చండి. ఎ. బ్రిట్టిటల్ నేషన్ 1. సత్యాగ్ర్ నాయక్ బి. శ్రీదేవి- గర్ల్ ఉమన్ సూపర్ స్టార్...

1) ఎ-3, బి-4, సి-1, డి-2 2) ఎ-3, బి-4, సి-2, డి-1 3) ఎ-2, బి-4, సి-1, డి-3 4) ఎ-4, బి-3, సి-2, డి-1

1) ఎ-4, బి-1, సి-3, డి-2 2) ఎ-1, బి-4, సి-2, డి-3 3) ఎ-2, బి-1, సి-4, డి-3 4) ఎ-4, బి-2, సి-3, డి-1

1) ఎ-1, బి-2, సి-3, డి-4 2) ఎ-1, బి-4, సి-3, డి-2 3) ఎ-1, బి-2, సి-4, డి-3 4) ఎ-3, బి-1, సి-2, డి-4

జవాబులు

Table with 6 columns: 1-3, 2-2, 3-4, 4-4, 5-3, 6-4. Rows include 7-1, 8-1, 9-3, 10-3, 11-3, 12-2, 13-4, 14-3, 15-4, 16-1, 17-2, 18-4, 19-4, 20-1, 21-2, 22-1, 23-1, 24-1, 25-4.

కరోంట్ అప్డేర్స్

- 1. కింది వాటిలో సరైనది ఏది? ఎ. ట్రాన్స్జెండర్ పర్యవేక్షణ నేలను ఎదుర్కోవడంలో విశేష కృషిచేసినవారికి ఆసియా ఎన్విరాన్మెంటల్ ఎన్ఫోర్స్మెంట్ అవార్డు ఇస్తారు.

- 2. 63 ఏండ్ల క్రితం 1956లో హిందూ చట్టాన్ని క్రోడీకరించినా, దేశానికి ఏకత్రినిసివిల్ కోడ్ను ప్రకటించడంలో రాజ్యాంగంలోని ఆర్టికల్ 44ను ప్రభుత్వం అమలు చేయకపోవడంపై భారత సుప్రీంకోర్టు పట్టణాల్లోనే ఉంది.

- 3. మూత్రపిండాల వ్యాధుల తీవ్రతతో వార్షిక ఎక్సిజన్ శ్రీకాకుళం జిల్లాలోని ఉద్దానంపై 'ద జార్జి ఇన్స్టిట్యూట్ ఫర్ గ్లోబల్ హెల్త్' అధ్యయనంలో వెల్లడించిన అంశాల్లో సరికానిది ఏది? 1) ఉద్దానం ప్రాంతంలో భూగర్భ జలాలు, తాగునీటిలో ప్రమాదకరమైన 'సిలికా' కాకుండా క్రోమియం, టీడిఎస్, ఫ్లోరైడ్ నిర్జీత ప్రమాణాల కంటే ఎక్కువగా ఉన్నాయని వెల్లడైంది.

- 4. ఇటీవల వార్షిక వచ్చిన కంచన్ భట్టాచార్యకు సంబంధించి కింది వాటిలో సరైనది ఏది? ఎ. 1973 బ్యాంకు చెందిన ఐఐఎస్ అధికారి భట్టాచార్య 2004లో ఉత్తరాఖండ్ డిజీటీగా బాధ్యతలు చేపట్టి 2007, అక్టోబర్ 31న పదవీ విరమణ చేశారు.

- 5. నేషనల్ పాపులేషన్ రిజిస్ట్రీకు సంబంధించి సరైనది ఏది? ఎ. ఇది ఒక వ్యక్తి బయోమెట్రిక్, డెమోగ్రాఫిక్ వివరాలను లింక్ చేస్తుంది. బి. ఒక సాధారణ నివాసి గత 6 నెలలు ఎక్కడ నివాసం ఉన్నాడో లేదా వచ్చే 6 నెలలు, అంతకంటే ఎక్కువ కాలం ఎక్కడ ఉండదని తెలుసుకోగలిగే నేషనల్ పాపులేషన్ రిజిస్ట్రీ తెలుపుతుంది.

- 6. విద్యుచ్ఛక్తితో నడిచే వాహనాల (ఎలక్ట్రిక్ వెహికల్) చార్జింగ్ ఇన్ఫ్రాస్ట్రక్చర్ గ్రేడ్ లెస్ ప్రకారం చార్జింగ్ స్టేషన్లు ఎలా ఉండాలి? ఎ. అన్ని నగరాల్లో ప్రతి 3x3 కి.మీ. గ్రామీణ ఒక చార్జింగ్ స్టేషన్ ఉండాలి.



- 8. దీపావళి బాణాసంచా కోసం కొన్ని ఆఫ్ సైంటిఫిక్ ఇండస్ట్రీయల్ రిసెర్చ్ ల్యాబ్స్ చేసిన గ్రీన్ క్రాకర్స్ను వేటిని ఉపయోగించి తయారు చేశారు? 1) పోటాషియం నైట్రేట్, జియోలైట్ 2) సల్ఫ్యూరిక్ యాసిడ్, జియోలైట్...

- 9. ఇటీవల విడుదలైన 20వ పుస్తకాన్ని నివేదికకు సంబంధించి సరైనది ఏది? ఎ. దేశవ్యాప్తంగా 5957.78 మిలియన్ల పశు సంపద ఉంది బి. గోసంపద 18 శాతం, మేకల సంఖ్య 10.1 శాతం, గొర్రెల సంఖ్య 14.1 శాతంగా ఉంది...

- 10. ఈ ఏడాది జూన్ 13, 14 తేదీల్లో బిష్కెట్లో జరిగిన ఎన్సీఓ సదస్సుకు సంబంధించి సరికానిది ఏది? 1) ఇది 19వ ఎన్సీఓ సమావేశం 2) ఇందులో ఎనిమిది దేశాల ప్రతినిధులు...

- 11. గ్రీన్ కార్బన్ మిషన్ ఫార్ అమెరికా వినా ప్రవేశపెడుతున్నట్లు అమెరికా ప్రకటించింది. గ్రీన్ కార్బన్ కు సంబంధించి సరైనది ఏది? ఎ. వలసదారులు అమెరికాలో చట్టబద్ధంగా శాశ్వత నివాసం ఉండేందుకు గ్రీన్ కార్బన్ వీసా వీలు కల్పిస్తుంది...

- 12. ప్రధాని మోదీ ఈ ఏడాది జూన్ 8, 9 తేదీల్లో మాలీవుల్లో పర్యటించారు. మే 30న రెండోసారి ప్రధానిగా బాధ్యతలు చేపట్టిన తర్వాత మోదీ చేపట్టిన మొదటి విదేశీ యాత్ర ఇది. అయితే ఈ పర్యటన గురించి సరికానిది ఏది? 1) మాలీవుల అధ్యక్షుడు ఇబ్రహీం మొహమ్మద్ సాలేమ్ ఆహ్వానం మేరకు మోదీ పర్యటించారు...

- 13. కిందివాటిలో సరికానిది ఏది? 1) భారత్ కల్పించిన ప్రాధాన్య వాణిజ్య హోదాను 2019, జూన్ 5న అమెరికా అధ్యక్షుడు ట్రంప్ రద్దు చేశారు.

- 2) భారత మార్కెట్లో అమెరికా ఉత్పత్తులకు సమాన అవకాశం కల్పిస్తామని భారత్ హామీ ఇవ్వడనే నెపంతో ప్రాధాన్య వాణిజ్య హోదాను రద్దు చేశారు 3) భారత్ అమెరికా నుంచి అందుతున్న సుమారు రూ.39 వేల కోట్ల వాణిజ్య రాయితీలు రద్దయ్యాయి 4) ప్రాధాన్య వాణిజ్య హోదా రద్దు ద్వారా భారత్ కు చెందిన 2900 వస్తువుల ఎగుమతిపై ప్రభావం పడింది

- 14. ప్రధానిగా మోదీ ఈ ఏడాది మే 30న న్యూఢిల్లీలో రెండోసారి ప్రమాణస్వీకారం చేశారు. దానికి సంబంధించి సరైనది ఏది? ఎ. ఈ కార్యక్రమానికి బిమ్నోటికే నేతలు హాజరయ్యారు బి. బీ ఆఫ్ బెంగాల్ ఇన్స్టిట్యూట్ ఫర్ మల్టీ సెక్టరల్ టెక్నికల్ అండ్ ఎకనామిక్ కోఆపరేషన్ ఆనేడి బిమ్నోటికే పూర్తి రూపం సి. బిమ్నోటికే సంబంధించిన ఏడు దేశాల అధినేతలు హాజరయ్యారు డి. కిర్గిస్టాన్ అధ్యక్షుడు సురన్నే జీన్బెకావ్, మారిషస్ ప్రధాని ప్రవింద్ జగనాథ్ హాజరయ్యారు 1) ఎ, బి 2) బి, సి, డి 3) ఎ, బి, సి, డి 4) ఎ, బి, సి

- 15. ఈ ఏడాది జూన్ 10న ఏపీ సీఎం జగన్ తన మంత్రివర్గ తొలి సమావేశంలో తీసుకున్న నిర్ణయాలకు సంబంధించి సరికానిది ఏది? 1) ప్రభుత్వంలో ఆర్డీసీ ఉద్యోగుల విలీనం 2) ప్రభుత్వ గణాంకాల ప్రకారం బాధితులకు రూ.1,150 కోట్ల కేటాయింపు 3) పింఛను రూ.2000 నుంచి రూ.2250కి పెంపు 4) పింఛను పొందడానికి అర్హత వయస్సు 65 నుంచి 58కి తగ్గింపు

- 16. జూన్ 15న రాష్ట్రపతి భవన్ లో నీతి ఆయోగ్ గవర్నర్ కొన్ని అంశాల్లో ఒకటి ఉంది. నలుగురు మినహా రాష్ట్రాల ముఖ్య మంత్రులు, కేంద్రపాలిత ప్రాంతాల లెజిస్లేట్ గవర్నర్లు ఈ సమావేశంలో పాల్గొన్నారు. ఈ సందర్భంగా ప్రధాని మోదీ చేసిన ప్రసంగానికి సంబంధించి సరైనది ఏది? ఎ. భారత్ ను 2024కల్లా 5 ట్రేడియన్ డాలర్ల ఆర్థికవ్యవస్థగా అభివృద్ధి చేయాలని లక్ష్యంగా పెట్టుకున్నట్లు ప్రకటించారు బి. ప్రస్తుతం దేశ ఆర్థికవ్యవస్థ 2.75 బిలియన్ డాలర్ల విలువైనదిగా ఉందని ప్రకటించారు సి. 2022 నాటికి రైతుల ఆదాయాన్ని రెట్టింపు చేయాలన్న విధానానికి కట్టుబడి ఉన్నామని పేర్కొన్నారు 1) ఎ, సి 2) బి, సి 3) ఎ, బి, సి 4) ఎ, బి

- 17. ప్రధానమంత్రి కిసాన్ సమ్మాన్ నిధి (పీఎం కిసాన్) దేశంలోని రైతులందరికీ వర్తించేలా 2019, మే 31న ప్రధాని అధ్యక్షతన జరిగిన కేంద్రమంత్రివర్గ సమావేశంలో నిర్ణయించారు. అయితే పీఎం కిసాన్ నిధికి సంబంధించి ఈ సమావేశంలో తీసుకున్న నిర్ణయం కానిది ఏది? 1) 10% కేంద్రప్రభుత్వ నిధులతో ఈ కార్యక్రమం అమలు 2) 2019-20 ఆర్థిక ఏడాదికి ఈ కార్యక్రమానికి రూ.78,000 కోట్ల వ్యయమవుతుందని అంచనా 3) లబ్ధిదారుల సంఖ్య 12.50 కోట్ల నుంచి 14.50 కోట్లకు చేరినట్లు గుర్తించు 4) దేశంలోని అర్హులైన రైతులందరికీ పీఎం కిసాన్ సమ్మాన్ పథకం కింద ఏటా రూ.6000 లను ప్రత్యక్ష నగదు బదిలీ ద్వారా వారి ఖాతాల్లో జమ అవుతుంది. దీన్ని రూ.2000 చొప్పున మూడు విడుదలల్లో అందిస్తారు.

- 18. పీదరికం, ఆరోగ్యం, లక్షకార్యాల, విద్యార్హతలు, రాజకీయ ప్రాతినిధ్యం వంటి అంశాల ప్రాతిపదికన 129 దేశాల్లో మదింపు చేసి ఐక్యరాజ్యసమితి విడుదల చేసిన సమావేశపు సూచీ-2019కి సంబంధించి సరికానిది ఏది? 1) ఈ సూచీలో 56.2 నగటు స్కోరుతో భారత్ 95వ స్థానంలో ఉంది 2) ఆసియా-పసిఫిక్ ప్రాంతంలోని 23 దేశాల్లో 17వ స్థానం సాధించింది 3) డెన్మార్క్ మొదటి స్థానంలో నిలిచింది 4) కెన్యా చివరి స్థానంలో ఉంది

- 19. కిందివాటిలో సరికాని అంశం ఏది? 1) 17వ లోక్ సభలో మహిళా ఎంపీల సంఖ్య 78 2) దేశంలో మొత్తం లోక్ సభ ఎంపీల్లో మహిళలు దాదాపు 14 శాతం 3) 16వ లోక్ సభలో మహిళా ఎంపీల సంఖ్య 62 4) మహిళల ప్రాతినిధ్యం 61 శాతం కంటే ఎక్కువగా ఉన్న దేశం జర్మనీ

- 20. ఆర్థిక కష్టాల్లో ఉన్న దేశాన్ని గట్టికించేందుకు కేంద్ర ప్రభుత్వం బ్యాంకుల సంస్కరణలపై దృష్టి సారించింది. ఇందులో భాగంగా పది ప్రభుత్వరంగ బ్యాంకులను విలీనం చేస్తున్నట్లు ప్రకటన



# Find the area of the ellipse?

## DEFINITE INTEGRATION

### Long Answer Questions (7 Marks)

1. Show that  $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log 2$   
 Sol: Put  $x = \tan \theta$ , difference w.r.to  $x$   
 $dx = \sec^2 \theta d\theta$   
 L.L  $x=0 \Rightarrow \theta=0, \Rightarrow \tan \theta=0 \Rightarrow \theta=0$   
 U.L  $x=1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan \theta=1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$   
 $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\log(1+\tan\theta)\sec^2\theta d\theta}{(1+\tan^2\theta)}$   
 $= \int_0^{\pi/4} \frac{\log(1+\tan\theta)}{\sec^2\theta} \sec^2\theta d\theta$   
 $\therefore 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$   
 $\Rightarrow I = \int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan\theta) d\theta \dots\dots\dots (1)$   
 $I = \int_0^{\pi/4} \log [1 + \tan(\frac{\pi}{4} - \theta)] d\theta$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $\Rightarrow I = \int_0^{\pi/4} \log [1 + \frac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan\theta}{1 + \tan\frac{\pi}{4}\tan\theta}] d\theta$   
 $\Rightarrow I = \int_0^{\pi/4} \log [1 + \frac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}] d\theta$   
 $\Rightarrow I = \int_0^{\pi/4} \log [\frac{1 + \tan\theta + 1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}] d\theta$   
 $\Rightarrow I = \int_0^{\pi/4} \log (\frac{2}{1 + \tan\theta}) d\theta$   
 $\Rightarrow I = \int_0^{\pi/4} (\log 2 - \log(1 + \tan\theta)) d\theta$   
 $\therefore \log(\frac{a}{b}) = \log a - \log b$   
 $\Rightarrow I \log 2 \int_0^{\pi/4} d\theta - \int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan\theta) d\theta$   
 $\Rightarrow I = \log 2 (\theta)_0^{\pi/4} - I$   
 $\therefore \text{from (1)} \int_0^{\pi/4} 1 dx = x + c$   
 $2I = \log 2 (\frac{\pi}{4} - 0)$   
 $\therefore 2I = (\log 2) \frac{\pi}{4} \Rightarrow I = \frac{\pi}{8} \log 2$

2. Show that  $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx = \frac{1}{20} \log 3$   
 Sol: Put  $\sin x - \cos x = 1$  diff.w.r. to  $x$   
 $\Rightarrow (\cos x + \sin x) dx = dt$   
 $\sin x - \cos x = t$   
 Squaring on both sides  
 Also,  $(\sin x - \cos x)^2 = t^2$   
 $\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = t^2$   
 $\therefore (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$   
 $\Rightarrow 1 - \sin 2x = t^2 \Rightarrow 1 - t^2 = \sin 2x$   
 U.L  $x = \pi/4$  L.L  $x = 0$   
 $t = \sin \pi/4 - \cos \pi/4$   $t = \sin 0 - \cos 0$   
 $t = 0$   $t = -1$   
 $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x} dx = \int_{-1}^0 \frac{dt}{9 + 16(1-t^2)}$   
 $= \int_{-1}^0 \frac{1}{25 - 16t^2} dt$   
 $= \frac{1}{16} \int_{-1}^0 \frac{dt}{\frac{25}{16} - t^2} = \frac{1}{16} \int_{-1}^0 \frac{dt}{(\frac{5}{4})^2 - t^2}$   
 $= \frac{1}{16} \left[ \frac{1}{2} \log \left| \frac{5/4 + t}{5/4 - t} \right| \right]_{-1}^0$   
 $\therefore \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$   
 $= \frac{1}{40} \left[ \log \left| \frac{5/4 + t}{5/4 - t} \right| \right]_{-1}^0 = \frac{1}{40} (\log \left| \frac{5+4t}{5-4t} \right|)_{-1}^0$   
 $= \frac{1}{40} [\log 1] - \log \left| \frac{9}{1} \right| = \frac{1}{40} [-\log 3^{-2}]$   
 $\therefore \log x^n = n \log x$   $\log 1 = 0$   
 $= \frac{1}{40} (-1)(-2) \log 3 = \frac{1}{20} \log 3$

3. Show that  $\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$   
 Sol: Let  $A = \int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx \dots\dots\dots (1)$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $\Rightarrow A = \int_0^{\pi/2} \frac{(\pi-x)}{\sin(\frac{\pi}{2}-x) + \cos(\frac{\pi}{2}-x)} dx$   
 $\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \cos x$   $\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \sin x$   
 $= \int_0^{\pi/2} \frac{(\pi-x)}{\sin x + \cos x} dx$   
 $\Rightarrow A = \int_0^{\pi/2} \frac{\pi/2}{\sin x + \cos x} dx - \int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx$   
 $= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx - A \quad (\therefore \text{from (1)})$   
 $\Rightarrow 2A = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$   
 Put  $\tan \frac{x}{2} = t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$  and  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

$\sin x = \frac{2 \tan x/2}{1 + \tan^2 x/2} = \frac{2t}{1+t^2}$   
 L.L:  $x=0 \Rightarrow t = \tan 0 = 0$   
 U.L:  $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \tan \frac{\pi}{4} = 1$   
 $\therefore A = \frac{\pi}{4} \int_0^1 \frac{2 \cdot \frac{2dt}{1+t^2}}{(\frac{2t}{1+t^2})^2 - (t-1)^2}$   
 $= \frac{\pi}{2} \int_0^1 \frac{dt}{(\sqrt{2})^2 - (t-1)^2}$   
 $\frac{\pi}{2} \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \log \frac{\sqrt{2}+t-1}{\sqrt{2}-t+1} \right)_0^1$   
 $\therefore \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$   
 $= \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \left( \log \left( \frac{\sqrt{2}+1-1}{\sqrt{2}-1+1} \right) - \log \left( \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right) \right)$   
 $= \frac{-\pi}{4\sqrt{2}} \left( \log \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right) = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)^2$   
 $= \frac{\pi}{4\sqrt{2}} 2 \log(\sqrt{2} + 1) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$

4. Show that  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$   
 Sol: Let  $A = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx \dots\dots\dots (1)$   
 $\therefore A = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2(\frac{\pi}{2}-x)}{\sin(\frac{\pi}{2}-x) + \cos(\frac{\pi}{2}-x)} dx$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \sin x$   $\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \cos x$   
 $A = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\cos x + \sin x} dx \dots\dots\dots (2)$   
 Adding (1) and (2)  
 $2A = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$   
 $A = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx \dots\dots\dots (3)$   
 Put  $\tan \frac{x}{2} = t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$  and  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$   
 $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$   
 L.L:  $x = 0 \Rightarrow t = \tan 0 = 0$   
 U.L:  $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \tan \frac{\pi}{4} = 1$   
 $A = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2dt}{\frac{1-t^2}{1+t^2} + \frac{2t}{1+t^2}}$   
 $= \int_0^1 \frac{dt}{(\sqrt{2})^2 - (t-1)^2}$   
 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \log \left| \frac{\sqrt{2}+t-1}{\sqrt{2}-t+1} \right| \right]_0^1$   
 $\therefore \int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c$   
 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \log \frac{\sqrt{2}+1-1}{\sqrt{2}-1+1} - \log \frac{\sqrt{2}+0-1}{\sqrt{2}-0+1} \right]$   
 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \log 1 - \log \left( \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right) \right]$   
 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ -\log \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right] = \frac{1}{2\sqrt{2}} \log \left| \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \right|$   
 $\therefore \log \frac{m}{n} = -\log \frac{n}{m}$   
 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} \log \left| \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{2-1} \right|$   
 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} 2 \log(\sqrt{2} + 1)$   
 $\therefore I = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$

5. Show that  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx = \frac{\pi^2}{2} - \pi$   
 Sol: Let  $A = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx \dots\dots\dots (1)$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) \sin(\pi-x)}{1 + \sin(\pi-x)} dx$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) \sin x}{1 + \sin x} dx$   
 $\therefore \sin(\pi-x) = \sin x$   
 $A = \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1 + \sin x} dx - \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx$   
 $\Rightarrow A = \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1 + \sin x} dx - A \quad (\text{Since from 1})$   
 $2A = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx = \pi \int_0^{\pi} \left( 1 - \frac{1}{1 + \sin x} \right) dx$   
 $= \pi \int_0^{\pi} dx - \pi \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin x} dx \dots\dots\dots (2)$   
 Consider  $\int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin x} dx = \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin x} \times \frac{1 - \sin x}{1 - \sin x} dx$   
 $\therefore (1 + \sin x)(1 - \sin x) = \cos^2 x$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$   
 $= \int_0^{\pi} \left[ \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right] dx$   
 $= \int_0^{\pi} [\sec^2 x - \sec x \tan x] dx$   
 $\therefore \int \sec^2 x dx = \tan x + c$   
 $\int \sec x \tan x dx = \sec x + c$   
 $= [\tan x - \sec x]_0^{\pi} = [(\tan \pi - \sec \pi) - (\tan 0 - \sec 0)] = [0 - (-1) - (0 - 1)] = 2$

$\therefore$  substituting in (2), we get  $2A = \pi(x)_0^{\pi} - 2\pi = \pi(\pi) - 2\pi = \pi^2 - 2\pi \Rightarrow A = \frac{\pi^2}{2} - \pi$

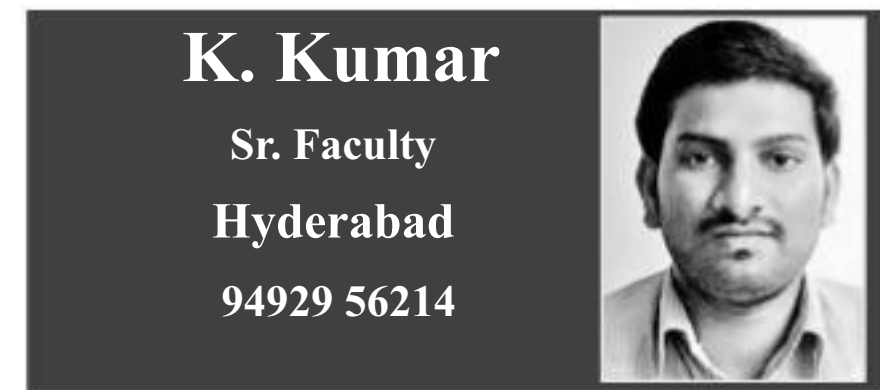
6. Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} dx$   
 Sol:  $I = \int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} dx \dots\dots\dots (1)$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) dx}{1 + \sin(\pi-x)}$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) dx}{1 + \sin x}$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{\pi dx}{1 + \sin(\pi-x)} - I \quad (\text{Since from 1})$   
 $\therefore \sin(\pi-x) = \sin x$   
 $2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} \Rightarrow I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin x} dx$   
 $= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin x} \times \frac{1 - \sin x}{1 - \sin x} dx$   
 $= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$   
 $\therefore (1 + \sin x)(1 - \sin x) = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$   
 $= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \left[ \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right] dx$   
 $= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} [\sec^2 x - \sec x \tan x] dx$   
 $= \frac{\pi}{2} [\tan x - \sec x]_0^{\pi}$   
 $= \frac{\pi}{2} [( \tan \pi - \sec \pi) - (\tan 0 - \sec 0)]$   
 $= \frac{\pi}{2} [0 - (-1) - (0 - 1)] = \frac{\pi}{2} (2) = \pi$

## INTERMEDIATE SPECIAL SENIOR

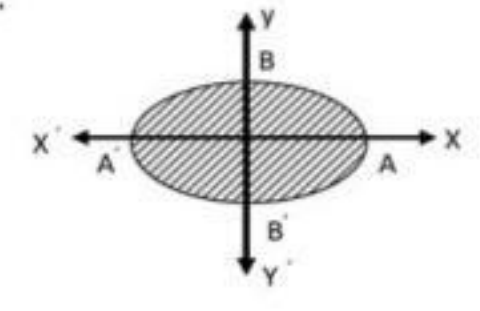
7. Evaluate  $\int_0^{\pi} x \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx$   
 Sol: Let  $A = \int_0^{\pi} x \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx \dots\dots\dots (1)$   
 $A = \int_0^{\pi} (\pi-x) \sin^7(\pi-x) \cdot \cos^6(\pi-x) dx$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $\sin(\pi-x) = \sin x$   $\cos(\pi-x) = -\cos x$   
 $= \int_0^{\pi} (\pi-x) \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx$   
 $= \pi \int_0^{\pi} \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx - A$   
 (Since from 1)  
 $2A = \pi \int_0^{\pi} \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx$   
 $\Rightarrow A = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx$

$\therefore \int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$  if  $f(2a-x) = f(x)$   
 $= f(x)$   
 $f(x) = \sin^7 x \cdot \cos^6 x \Rightarrow f(\pi-x) = \sin^7(\pi-x) \cdot \cos^6(\pi-x) = f(x)$   
 $\int_0^{\pi} \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx$   
 $\therefore A = \pi \int_0^{\pi/2} \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx$   
 Here  $m = 7, n = 6$  (even)  
 $\therefore \int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x dx = \frac{n-1}{m+n} \cdot \frac{n-3}{m+n-2} \dots \frac{1}{m+2}$   
 $\frac{m-1}{m} \dots \frac{2}{3}$  if  $m$  is odd,  $n$  is even  
 $= \pi \frac{(6 \times 4 \times 2)(5 \times 3 \times 1)}{13 \times 11 \times 9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1} = \frac{16\pi}{3003}$

8. Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$   
 Sol:  $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) \sin(\pi-x)}{1 + \cos^2(\pi-x)} dx$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin x}{1 + \cos^2 x} dx - \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$   
 $2I = -\pi \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx = -\pi [\tan^{-1}(\cos x)]_0^{\pi}$   
 $\therefore \int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$   
 $= -\pi (\tan^{-1}(\cos \pi) - \tan^{-1}(\cos 0))$   
 $= -\pi (\tan^{-1}(-1) - \tan^{-1}(1)) =$   
 $= -\pi (-\tan^{-1}(1) - \tan^{-1}(1))$   
 $= 2\pi (\tan^{-1}(1)) = 2\pi \times \frac{\pi}{4} = \frac{\pi^2}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi^2}{4}$



9. Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$   
 Sol: Let  $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx \dots\dots\dots (1)$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) \sin^3(\pi-x)}{1 + \cos^2(\pi-x)} dx$   
 $\therefore \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$   
 $\sin(\pi-x) = \sin x$   $\cos(\pi-x) = -\cos x$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{(\pi-x) \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$   
 $= \int_0^{\pi} \frac{\pi \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx - I \quad (\text{Since from 1})$   
 $\therefore 2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx = 2\pi \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$   
 $= 2\pi \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} \sin x dx$   
 $\therefore \int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$  if  $f(2a-x) = f(x)$   
 $= 2\pi \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos^2 x} \sin x dx$   
 Put  $\cos x = t$   
 Diff w.r. to  $x \Rightarrow -\sin x dx = dt$   
 L.L  $x = 0 \Rightarrow t = \cos 0 \Rightarrow t = 1$   
 U.L  $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$   
 $2I = 2\pi \int_1^0 \frac{1-t^2}{1+t^2} (-dt) = 2\pi \int_0^1 \frac{1-t^2}{1+t^2} dt$   
 $= 2\pi \int_0^1 \left[ -1 + \frac{2}{1+t^2} \right] dt$   
 $= 2\pi \left[ -t + 2 \tan^{-1} t \right]_0^1$   
 $\therefore \int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$   
 $\int dx = x + c$   
 $= 2\pi [-1 + 2(\pi/4)] = \pi^2 - 2\pi = \pi(\pi - 2)$   
 $\therefore I = \frac{\pi}{2} (\pi - 2)$

10. Find the area of the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Also deduce the area of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .  
 Ans:  
  
 Equation of ellipse is  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   
 $\dots\dots\dots (1)$   
 $\Rightarrow \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2}$   
 $\Rightarrow \frac{y^2}{b^2} = \frac{a^2 - x^2}{a^2}$   
 $\Rightarrow y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$   
 Area of CAB  $= \frac{b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$   
 $= \frac{b}{a} \left( \frac{x \sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right)_0^a$   
 $\therefore \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$   
 $= \frac{b}{a} \left( 0 + \frac{a^2}{2} \pi - (0 - 0) \right)$   
 Area of the ellipse  $= 4$  Area of CAB  $= 4 \left( \frac{b}{a} \right) ab = \pi ab$  sq. units  
 Substituting  $b = a$ , in equation (1) we get the circle  
 $x^2 + y^2 = a^2$  Area of the circle  $= \pi a(a) = \pi a^2$  sq. units.